

ANDISORD4©: UN MODELO GENERAL PARA EL CALCULO DE INTERCAMBIO RADIANTE

Sánchez Alías, Alejo

Departamento de Ciencias Técnicas

Escuela de Ingeniería Mecánica. Universidad de Los Andes

Mérida 5101, Edo. Mérida. VENEZUELA. Tel: 58-74-402922. FAX 58-74-402930

Resumen.— En este trabajo se presenta un modelo general de cálculo de intercambio radiante denominado ANDISORD4©. Este modelo permite, sin modificaciones, considerar: geometrías en 1, 2, o 3 dimensiones; medio desde no participante hasta denso, inhomogeneo, anisotrópico y altamente dispersante; cálculos — incluyendo equilibrio radiante— en todo o en parte del espectro; intensidades difusas y colimadas; cualquier distribución interna de fuentes de energía; una interfase sencilla con otros modelos de transporte; y una gran variedad de condiciones de frontera. A fin de ilustrar las posibilidades del modelo, en el trabajo se presentan varios ejemplos que encierran diferentes grados de dificultad.

Abstract.— In this paper, a general radiation transfer algorithm, ANDISORD4©, is presented. The program can handle, without modifications: 1-D, 2-D, or 3-D geometries; non-homogeneous absorbing, emitting, and anisotropically scattering media under optically thin or optically thick conditions, gray or spectral calculations — including radiative equilibrium—; diffuse and collimated intensities; any given internal distribution of energy sources; easy coupling with other models performing transport calculations; and a wide variety of boundary conditions. In order to exemplify the capabilities of the model, several test that, with different degrees of difficulty, are presented.

Palabras clave / Keywords: Radiation, remote-sensing, three-dimensional, discrete-ordinates, radiative-modeling.

1.- INTRODUCCION

Las posibilidades de evaluar el intercambio radiante en situaciones complejas está directamente ligada a las posibilidades de resolver la "Ecuación de Transporte Radiante" (ETR) la cual es el corazón en la formulación de este tipo de problemas. Para efectos de esta introducción basta decir que la ETR es una ecuación integro-diferencial que solo permite soluciones analíticas en aplicaciones muy específicas y simples. La situación se agrava aún más cuando esta ecuación está acoplada con la ecuación de energía, en cuyo caso, la expresión resultante tiene la dificultad adicional de ser no-lineal. Estas complejidades intrínsecas han traído como consecuencia el desarrollo de varios modelos que permiten obtener soluciones aproximadas a problemas de intercambio radiante.

Excepto por algunos modelos híbridos o muy específicos, es posible clasificar a la mayoría de los modelos existentes para la solución aproximada de la ETR en tres grupos principales: Monte Carlo (Siegel and Howell, 1981; Kraus, 1988; Kobiyama, 1989; Brooks, 1989), de Zonas (Hottel and Sarofim, 1967; Noble, 1975; Byun, 1987; Byun and Smith, 1988) y métodos diferenciales (Jeans, 1917; Krook, 1955; Viskanta, 1966; Ratzel and Howell, 1982; Condiff, 1987; Modest, 1989; Wu, 1990; Modest, 1991). Los diferentes modelos que componen cada uno de los tres grupos principales antes mencionados han

sido objeto de discusiones y comparaciones más o menos detalladas (Viskanta, 1982; Howell, 1983; Lenoble, 1985; Chan, 1987; Byun, 1987; Viskanta and Ramadhyani, 1988; Sánchez et al., 1992) que permiten concluir que el Método de las Ordenadas Discretas (MOD, perteneciente al grupo de los métodos diferenciales) y los modelos de Monte Carlo son los más generales y versátiles en los actuales momentos.

En este trabajo se presenta el modelo ANDISORD4© (Sánchez et al., 1992), el cual está basado en el Método de las Ordenadas Discretas (Carlson, 1953; Chandrasekhar, 1960; Carlson and Lathrop, 1968; Kim and Lee, 1990; Fiveland and Jamaluddin, 1989 and 1991; Sánchez, et al., 1991). Tras una breve introducción a la formulación matemática del modelo se pasa a describir el algoritmo y a desarrollar varios ejemplos que evidencian su utilidad y versatilidad.

2.- FORMULACION MATEMATICA.

El objetivo fundamental de esta sección es la presentación de un breve resumen de las ecuaciones que forman la base del modelo. Es conveniente resaltar, sin embargo, que el modelo ha sido elaborado con el máximo grado de generalidad y esperando que encuentre usuarios en áreas que van desde la ingeniería hasta la radiación atmosférica. Por esta razón, la formulación es robusta, y las

condiciones de frontera disponibles en el modelo son más amplias que las normalmente encontradas en textos de ingeniería.

2.1.- La ecuación de energía:

A pesar de que la solución de la ecuación de la energía no entra dentro de las capacidades del modelo, esta ecuación es incluida a fin de hacer la formulación completa, ya que se requiere que el algoritmo resultante de este modelo pueda ser acoplado, con facilidad, a otros modelos que encuentren la solución de esta ecuación (ver Ejemplo 2)

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \beta_e T \frac{DP}{Dt} + \nabla \cdot (k \nabla T - \bar{q}_r) + \dot{q} + \Phi' \quad (1)$$

donde: ρ, C_p, β_e y k son la densidad, el calor específico, el coeficiente de expansión volumétrica y la conductividad térmica del medio; T, P y t son la temperatura, la presión, y el tiempo respectivamente; \dot{q} y Φ' representan la generación interna de calor y la disipación de energía; y $\nabla \cdot \bar{q}_r$ es la divergencia del vector de flujo de calor radiante (evaluado por el modelo objeto de este estudio).

2.2.- La divergencia del vector de flujo de calor radiante:

$$\nabla \cdot \bar{q}_r = \int_0^\infty [-a_\lambda \int_0^{4\pi} I_{i\lambda}(\zeta, \omega_i) d\omega_i + a_\lambda \int_0^{4\pi} I_{b\lambda}(\zeta, T) d\omega] d\lambda \quad (2)$$

donde: a_λ es la absortancia monocromática; $I_{i\lambda}$ es la intensidad total monocromática; I_b es la intensidad correspondiente a la función de Planck; λ es la longitud de onda; ζ y ω son la línea de propagación y el ángulo sólido; y el subíndice i denota "incidente". Está claro que para poder evaluar la divergencia del vector de flujo de calor radiante, el modelo debe hallar la intensidad total monocromática y luego proceder a integrar sobre todas las longitudes de onda de interés.

2.3.- La Intensidad total monocromática:

$$I_{i\lambda}(\tau\lambda) = I_\lambda(\tau\lambda) + \delta'(\mu - \mu_c) \delta'(\delta - \delta_c) \delta'(\gamma - \gamma_c) I_{c\lambda}(\tau\lambda) \quad (3)$$

donde, para la longitud de onda λ : τ es el espesor óptico; δ' es la función delta; μ, δ y γ son los

cosenos directores con los ejes x, y y z respectivamente; I es la intensidad difusa-dispersa; y I_c es la intensidad colimada o directa.

2.4.- La intensidad colimada:

$$I_{c\lambda}(\tau\lambda) = I_{c\lambda}(0) e^{-\tau\lambda} \quad (4)$$

2.5.- La intensidad difusa-dispersa (ETR):

$$\frac{dI_\lambda}{d\tau\lambda} + I_\lambda(\tau\lambda) = S(\lambda, \tau\lambda, \omega) \quad (5)$$

donde S es la fuente interna de radiación.

2.6.- Fuente interna de radiación:

$$S(\lambda, \tau\lambda, \omega) = (1 - \omega_0\lambda) I_{b\lambda}(\tau\lambda, T) + \frac{\omega_0\lambda}{4\pi} \int_0^{4\pi} I_\lambda(\tau\lambda, \omega_i) \Phi(\lambda, \omega, \omega_i) d\omega_i + \frac{\omega_0\lambda}{4\pi} I_{c\lambda}(0) e^{-\tau\lambda} \Phi(\lambda, \omega, \omega_c) \quad (6)$$

donde: ω_0 es el albedo de dispersión y $\Phi(\lambda, \omega_1, \omega_2)$ es la función de dispersión entre las direcciones ω_1 y ω_2 .

2.7.- Condiciones de frontera:

$$I_\lambda^\pm = \epsilon I_{b\lambda}^\pm + \kappa [I_{ba\lambda}^0 + \delta'(\mu - \mu_c) \delta'(\delta - \delta_c) \delta'(\gamma - \gamma_c) I_{c\lambda}^0] + \frac{\psi}{\pi} f_d [I_{c\lambda}^- + \int_0^{2\pi} I_{i\lambda}^-(\tau\lambda, \omega_i) \eta d\omega_i] + \psi(1-f_d) I_{m\lambda} \quad (7)$$

donde: los superíndices $+, -$ y o indican que la radiación va desde la frontera hacia el medio dentro del dominio, del medio hacia la frontera, y desde el exterior del dominio hacia la frontera respectivamente; η representa el coseno entre la dirección de propagación de $I_{c\lambda}$ y la normal a la frontera sobre la que incide; κ y ψ son la transmitancia y la reflectancia respectivamente; f_d es la fracción de la reflectancia que es difusa; $I_{ba\lambda}$ es la radiación difusa exterior (background radiation), y $I_{m\lambda}$ es la intensidad en la dirección reflejada (espejo) de I_λ .

Por razones de brevedad, las ecuaciones aquí presentadas no constituyen la totalidad del modelo. Sin embargo, la potencialidad del mismo queda en evidencia al observar la variedad de condiciones de frontera, así como su capacidad de efectuar cálculos tridimensionales en la totalidad o en parte del espectro.

2.- ALGORITMO.

Un paquete de computación basado en la formulación presentada en el punto anterior y capaz de resolver la misma en toda su complejidad fue escrito, en FORTRAN 77, e implementado (Sánchez et al., 1992) en la forma indicada en la Figura 1. Una de las características principales del paquete es su simplicidad de operación. Todas las complejidades del modelo son transparentes al usuario (ver la línea punteada en la Figura 1) cuya única interacción con el modelo es a través del suministro inicial de datos (definición del problema).

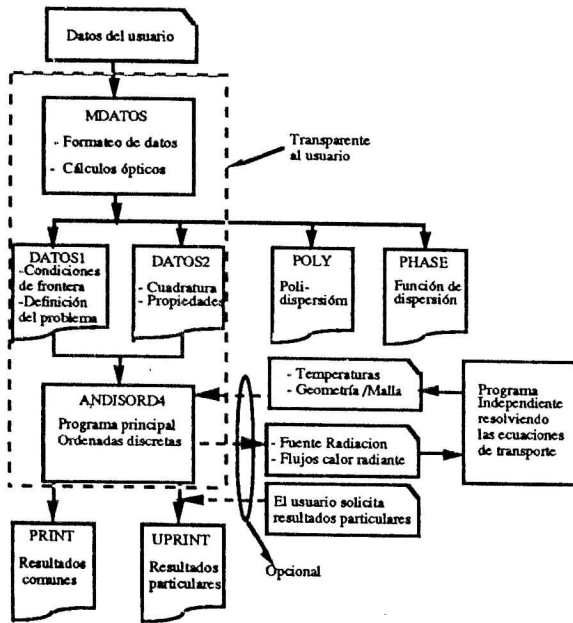


Figura 1.- Diagrama del algoritmo

Basándose en los datos del usuario MDATOS calcula las propiedades radiativas necesarias. Para cada elemento constitutivo del medio y para cada longitud de onda, MDATOS efectúa (de ser necesarias) cálculos de formas Mie, ∂ -M o ∂ -M modificada; integra las propiedades de acuerdo a fórmulas clásicas cuando se trata de polidispersiones; expande las funciones de dispersión en formas de polinomios de Legendre; renormaliza las funciones de dispersión de acuerdo con la cuadratura deseada; y escribe una tabla de estos datos (DATOS2) que puede ser entendida por ANDISORD4©. MDATOS tiene la capacidad, ya incluida, de evaluar otras formas de funciones de dispersión así como las propiedades de ciertas polidispersiones comunes (nubes, nieblas, etc).

Adicionalmente, MDATOS manipula los datos geométricos dados por el usuario y los coloca en forma que puede ser entendida por ANDISORD4© (DATOS1). Además, MDATOS produce los archivos de salida PHASE y POLY los cuales

permiten hacer un gráfico de las funciones de dispersión y obtener información sobre las polidispersiones que pudiesen estar presentes (densidad, contenido de líquido, distribución del tamaño de gota, etc).

ANDISORD4© ha sido escrito para resolver problemas con máximo grado de dificultad como el representado en la Figura 2, esto es: 3-D, no homogéneo, participación espectral, equilibrio radiante por bandas o en todo el espectro, fuentes colimadas, sensores remotos y todo los tipos de condiciones de frontera.

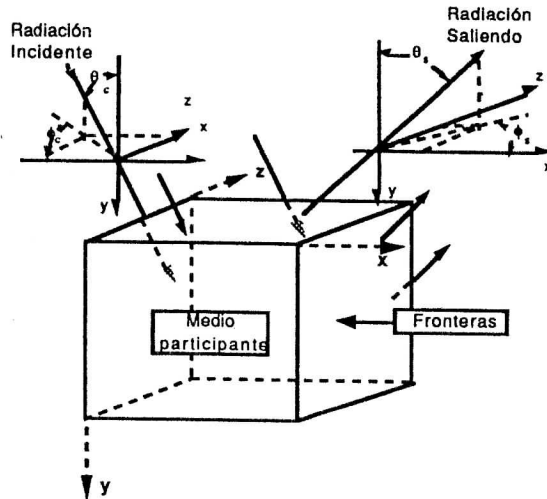


Figura 2.- Geometría general

Partiendo de la generalidad y basándose en los archivos DATOS1 y DATOS2, ANDISORD4© se adapta al grado de dificultad particular del problema en estudio. El archivo PRINT constituye un listado de resultados comunes a todos los problemas como son: balance de energía, calor total perdido o ganado por las fronteras, distribución del flujo de calor a lo largo de las fronteras (incluyendo, de haberlos, obstáculos sólidos) y, en caso de existir un sensor remoto, la distribución de intensidades de salida hacia el sensor. Para usuarios expertos existe la posibilidad de solicitar resultados de particular interés para su problema (divergencia del vector de calor radiante, fuentes de dispersión, distribución de temperaturas, etc) sin que esta acción modifique en absoluto el programa principal. Estos resultados particulares son guardados en el archivo UPRINT.

Debe señalarse finalmente, que ANDISORD4© contiene la opción de ser interconectado fácilmente con otros modelos que resuelven otros tipos de ecuaciones de transporte (incluyendo la ecuación de energía). En estos casos, ANDISORD4© se auto-adapta al mallado y a la distribución de temperaturas que suministre el modelo de transporte y retorna a ese modelo la distribución de divergencias de flujo de

calor radiante y los flujos de calor netos, que por efecto de la radiación, actúan sobre las fronteras.

El paquete de computación descrito fue desarrollado en una computadora personal. Por esta razón, requerimientos de memoria han sido minimizados en tanto que velocidad y portabilidad han sido maximizados. El modelo ha sido implementado, sin dificultades, en distintos tipos de computadores que van desde los personales hasta los supercomputadores.

3.- EJEMPLOS DE APLICACIONES.

3.1.- Ejemplo 1: Horno con fuentes internas de energía, superficies grises y un medio que absorbe y dispersa isotrópicamente.

En la Figura 3 se muestra un horno en la forma idealizada propuesta por Menguc and Viskanta, 1985.

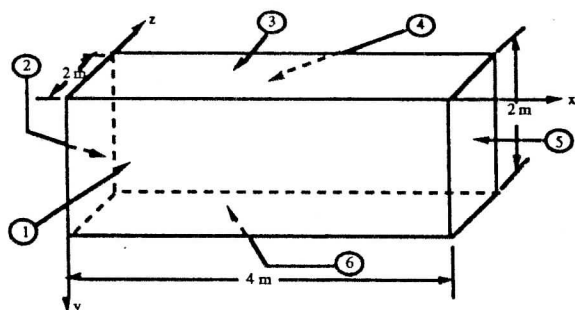


Figura 3.- Geometría del Ejemplo 1.

Las características de este horno de 2x2x4 m son: medio que dispersa radiación isotrópicamente, genera calor uniformemente (\dot{q}) a razón de 5.0 kW/m³ y posee un coeficiente de extinción (β) y un albedo (ω_0) de 0.5 m⁻¹ y 0.7 respectivamente; la cara 2 tiene una emisividad (ϵ_2) de 0.85, y está a una temperatura (T_2) de 1200 K; la cara 5 tiene una emisividad (ϵ_5) de 0.70, y está a una temperatura (T_5) de 400 K; las caras restantes se encuentran a 900 K ($T_1=T_3=T_4=T_6=900$ K) y poseen emisividades de 0.7 ($\epsilon_1 = \epsilon_3 = \epsilon_4 = \epsilon_6 = 0.7$).

El problema ha sido resuelto con anterioridad usando el método de las ordenadas discretas por Jamaluddin y Smith, 1988 (tamaño de malla desconocido), y por Truelove, 1988 (malla de 8x8x15 elementos). Truelove, 1988, también utilizó el método de las zonas (en una malla de 5x5x10) para resolver este problema en tanto que Menguc y Viskanta, 1985, utilizaron la aproximación P-3 y el método de las zonas para resolver el mismo problema pero sin dispersión.

El efecto que la dispersión isotrópica tiene sobre las distribuciones de temperatura y calores puede ser relacionado, analíticamente, con estas distribuciones en la ausencia de dispersión (Truelove, 1988). La distribución de calor

permanece invariable, en tanto que la distribución de poderes emisivos (y por ende de temperaturas) puede ser relacionada mediante la ecuación:

$$\sigma T_{iso}^4 = \sigma T_{ns}^4 + \frac{\dot{q} \omega_0}{4 \beta (1 - \omega_0)} \quad (8)$$

donde T_{iso} y T_{ns} son la temperatura con dispersión isotrópica y sin dispersión respectivamente.

ANDISORD4© fue aplicado a una malla de 7x7x11 (la misma utilizada por Menguc y Viskanta, 1985, en sus cálculos sin dispersión). Los resultados obtenidos referentes al flujo de calor se muestran en la Figura 4 y los correspondientes a la distribución de temperaturas en la Figura 5. En esta última figura se incluyen, para su comparación, los resultados obtenidos por Truelove, 1988, mediante el método de las zonas, así como el resultado de aplicar la Ecuación (8) a los resultados (sin dispersión y por el método de zonas) de Menguc y Viskanta, 1985.

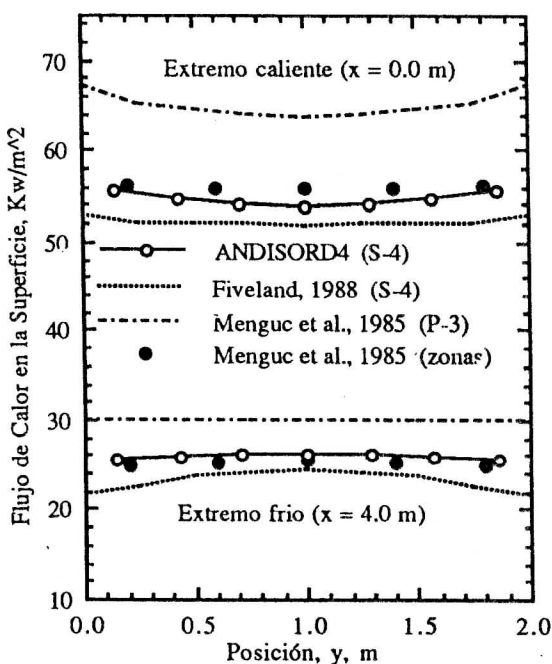


Figura 4.- Flujo de calor neto en las superficies.

Puede observarse en estas dos figuras que los resultados obtenidos con ANDISORD4© se comparan muy bien con los resultados de zonas que son, por las características de ese método, los más exactos.

En este ejemplo, los efectos combinados de transferencia de calor por radiación y convección son estudiados en un arreglo de componentes electrónicos. Los módulos son enfriados mediante un gas no participante (aire) el cual se hace pasar por un canal. Esta es una aplicación de

importancia en el diseño de equipos electrónicos que fue discutido por primera vez (con radiación incluida) en Bravo, et al., 1992.

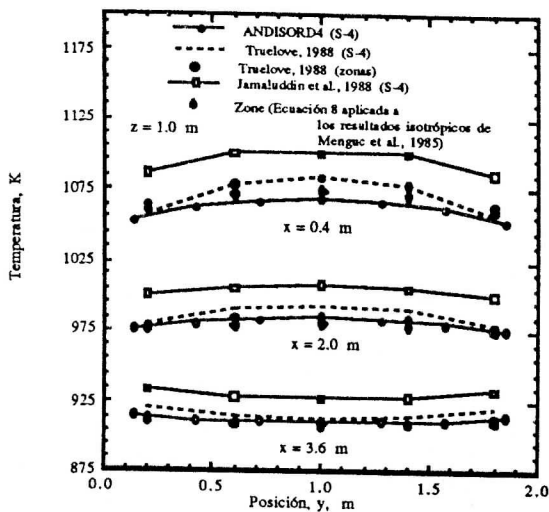


Figura 5.- Distribución de temperaturas.

3.2.- Ejemplo 2: Problema conjugado de transferencia de calor en sistema tridimensional con medio no participante.

La geometría del problema está representada en la Figura 6 y las condiciones del mismo en la Figura 7.

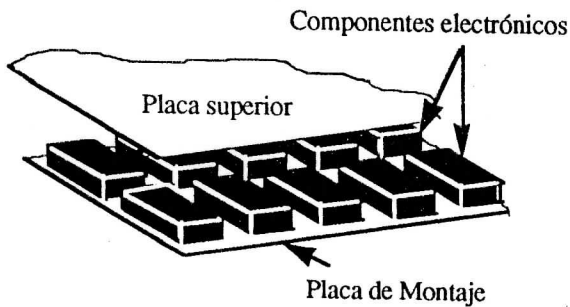


Figura 6.- Esquema del Ejemplo 2.

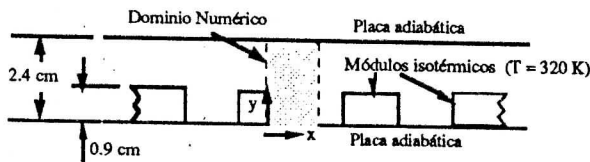


Figura 7.- Vista frontal del Ejemplo 2.

En este ejemplo, los módulos son cuadrados y de longitud S_c por lado y están uniformemente espaciados con una distancia S_p entre centros de módulos consecutivos.

A fin de simplificar la resolución del problema, se asume que el flujo es periódico, laminar ($Re = 100.0$) y totalmente desarrollado.

Para un problema dado, la condición de periodicidad implica que el campo de velocidades y el de temperaturas se repiten a intervalos constantes. Esta periodicidad trae como consecuencia que el dominio numérico se reduzca al mostrado en la Figura 7, con una longitud S_p en la dirección z medida de centro a centro de dos módulos consecutivos). En este ejemplo en particular, S_c y S_p valen 2.4 cm y 3 cm respectivamente; los planos en $x = 0$ y $x = 1.5$ cm, en el dominio numérico, son considerados planos de simetría; los planos correspondientes a la entrada y a la salida del fluido son periódicos; el fluido ingresa al canal a 305 K; la temperatura de los módulos es constante e igual a 320 K; y todas las superficies son consideradas negras ($\epsilon = 1.0$).

Es conveniente definir una temperatura adimensional:

$$\phi_t(x,y,z) = \frac{T(x,y,z) - T_{ref}}{T_{bi} - T_{ref}} \quad (9)$$

donde T_b es la temperatura media de masa, T_{ref} es una temperatura de referencia (tomada en este problema como la temperatura de los módulos) y el subíndice i denota entrada.

El problema fue resuelto utilizando una malla no uniforme de $15 \times 20 \times 30$ volúmenes de control. La malla es definida por el programa que resuelve el flujo de fluidos (el modelo de transporte utilizado fue FANS-3D presentado en Bravo, 1991) y ANDISORD4© automáticamente se adapta a ella. Tras un proceso iterativo, se obtuvieron los resultados mostrados en las Figuras 8 y 9 (detalles de la solución pueden ser consultados en Bravo, et al., 1992, y en Sánchez et al., 1993)

En la Figura 8 se presentan los perfiles de velocidad (componente en la dirección z) a la entrada del dominio numérico y a medio camino del mismo.

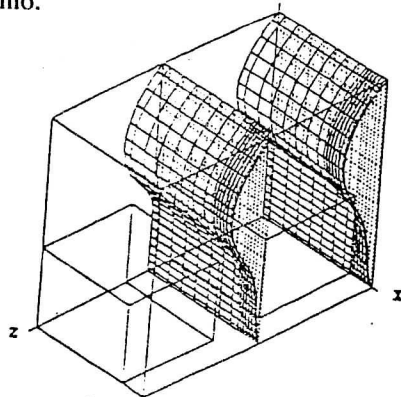
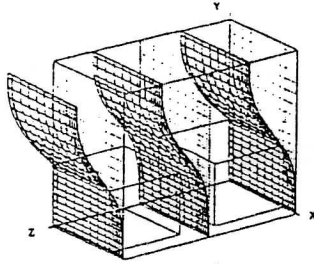


Figura 8.- Componentes de velocidad en z.

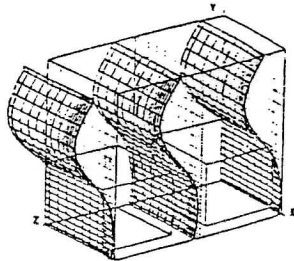
La distribución de temperaturas debida a convección solamente (en términos de ϕ) se muestran en la Figura 9(a) en tanto que la distribución final de temperaturas adimensionales para este problema (con radiación incluida) es presentadas en la Figura 9(b).

Cuando se toma en cuenta la radiación, en este

problema en particular, la rata de transferencia de calor aumenta en un 33 % con respecto a la rata de calor que se obtiene cuando solo se considera convección. Este resultado es ilustrativo de la importancia de incluir el cálculo de intercambio radiante en problemas de diseño de sistemas de enfriamiento.



(a) Convección sola



(b) Convección + Radiación

Figura 9.- Perfiles adimensionales de temperatura

3.3.- Ejemplo 3: Detección a distancia de un campo de nubes.

En la Figura 10 se muestran tres componentes de un campo infinito de nubes de forma cúbica uniformemente espaciadas. Las nubes tienen dimensiones de 1x1x1 km y sus bases se encuentran 1 km por encima de la superficie terrestre que es considerada Lambertiana y con albedo 0.3. La dispersión de radiación en las nubes es representada por una función del tipo Henyey-Greenstein con un parámetro de asimetría de 0.86. Las nubes poseen un espesor óptico de 10, son consideradas frías (no emiten) y reciben radiación solar (I_c) en la dirección caracterizada por un ángulo polar de 60 grados y un ángulo acimutal de 0 grados. El cielo se considera cubierto de nubes en un 36 % (lo que determina la separación entre nubes)

El problema (resuelto en detalle en Sánchez et al., 1992a) consiste en determinar la radiación (I) que el campo de nubes proyecta hacia un satélite ubicado en una dirección definida por un ángulo polar de 53.13 grados y un ángulo acimutal dado.

En las Figuras 11 y 12 se presentan las

radiaciones adimensionales (I/I_c) en la dirección del satélite. Para estas dos figuras, todos los parámetros del problema son los mismos, excepto por el ángulo acimutal del satélite que es 0.0 grados en la Figura 11 y 45 grados en la Figura 12.

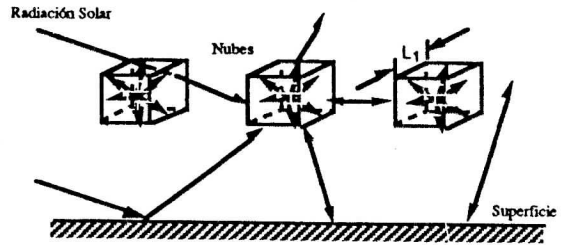


Figura 10.- Geometría del Ejemplo 3.

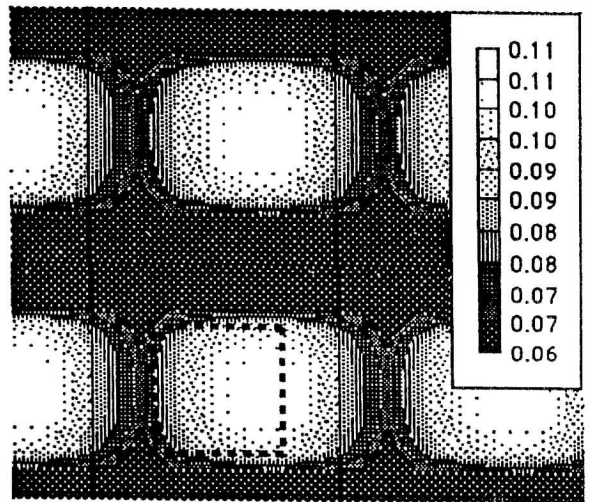


Figura 11.- Angulo acimutal del satélite 0.0 grados.

Este problema fue resuelto utilizando una malla de 11x10x11 y 80 direcciones de integración. Este problema, así como los anteriores, es presentado con el propósito de ilustrar las posibilidades de ANDISORD4©, mayores detalles sobre la solución del problema así como discusión de los resultados puede ser consultado en Sánchez et al., 1992a.

4.- CONCLUSIONES.

En este trabajo se presentó un paquete computacional para la solución de problemas que incluyen cálculos de radiación. El corazón principal de este paquete es el modelo de intercambio radiante ANDISORD4© el cual permite, sin modificaciones, atacar la mayoría de los problemas de este tipo tanto en ingeniería como en otras disciplinas.

A fin de ilustrar las posibilidades del modelo se presentaron tres ejemplos que incluyen la mayor cantidad posible de condiciones diversas dado el espacio disponible. El Ejemplo 1 permite concluir que los resultados obtenidos con ANDISORD4© se pueden comparar

ventajosamente con los obtenidos mediante el uso de otros modelos disponibles. Los Ejemplos 2 y 3 ofrecen aplicaciones novedosas donde los únicos resultados disponibles son los obtenidos con ANDISORD4©. Una gran cantidad de ejemplos y aplicaciones del modelo puede ser consultada en Sánchez et al., 1992.

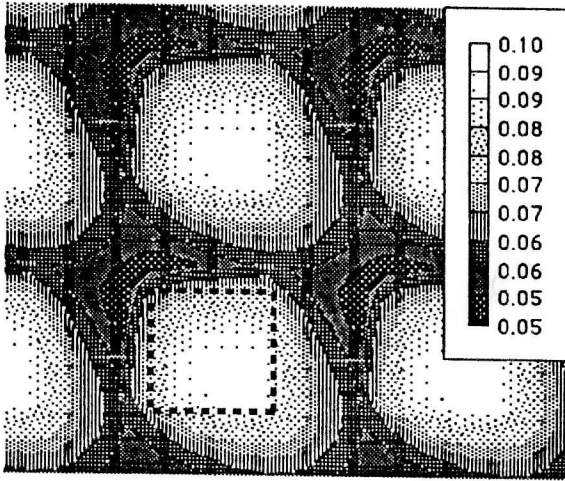


Figura 12.- Angulo acimutal del satélite 45 grados.

Los tiempos de computación requeridos varían, por supuesto, dependiendo de la complejidad del problema. Para los ejemplos presentados, ANDISORD4© necesitó desde unos pocos segundos para la solución del Ejemplo 1 (en una computadora personal) hasta aproximadamente 20 minutos para la solución del Ejemplo 2 (en una estación de trabajo).

Actualmente se está trabajando, paralelamente, en los modelos ANDISORD5 y ANDISORD6 los cuales contendrán coordenadas cilíndricas y coordenadas del cuerpo respectivamente.

5.- NOTA.

ANDISORD4© posee derechos de autor, sin embargo, para efectos de investigación y/o docencia su uso es libre. Usuarios calificados pueden solicitar el modelo sin ningún costo (excepto gastos de envío) al autor de este trabajo.

6.- REFERENCIAS.

Bravo, R. H., Sánchez, A., Chen, C. J., and Smith, T. F., 1992, "Convection and Radiation Heat Transfer Analysis in Three-Dimensional Arrays of Electronic Chips," *Memorias de la InterSociety Conference on Thermal Phenomena in Electronic Systems*, pp. 149-154.

Brooks III, E. D., 1989, "Symbolic Implicit Monte Carlo," *J. of Computational Physics*, Vol. 83, 433-446.

Byun, K., 1987, "Heat Transfer For Flow of an

Absorbing, Emitting and Isotropically Scattering Medium in a Gray Diffuse Wall Duct," Ph.D. Thesis, The University of Iowa.

Byun, K. H. and Smith, T. F., 1988, "Development of the Zone Method for Linearly-Anisotropic Scattering Media," *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, Vol. 40, No. 5, pp. 591-604.

Carlson, B. G., 1953, "Solution of the Transport Equation by Sn Approximations," Report LA-1599, Los Alamos Scientific Laboratory.

Carlson, B. G. and Lathrop, K. D., 1968, "Transport Theory, The Method of Discrete-Ordinates," Eds. H. Greenspan, C. N. Kelber, and D. Okrent, *Computing Methods in Reactor Physics*, New York, Gordon and Breach, pp. 171-266.

Condiff, D. W., 1987, "Anisotropic Scattering in Three Dimensional Differential Approximation of Radiation Heat Transfer," Eds. A. M. Smith and T. F. Smith, *Fundamental and Applications of Radiation Heat Transfer*, HTD-Vol. 72, ASME, pp. 19-27.

Chan, S. H., 1987, "Numerical Methods of Multidimensional Radiative Transfer Analysis in Participating Media," Ed. T. C. Chawla, *Annual Review of Numerical Fluid Mechanics and Heat Transfer*, Washington, Hemisphere Publishing, Vol. 1, pp. 305-350.

Chandrasekhar, S., 1960, "Radiative Transfer," New York, Dover.

Fiveland, W. A. and Jamaluddin, A. S., 1991, "Three Dimensional Spectral Radiative Heat Transfer Solutions by The Discrete-Ordinates Method," *J. Thermophysics and Heat Transfer*, Vol 5, No. 3, pp. 335-339.

Hottel, H. and Sarofin, P., 1967, "Radiative Transfer," McGraw-Hill.

Howell, J. R., 1983, "Radiative Transfer in Multidimensional Enclosures with Participating Media," ASME paper 83-HT-32.

Jamaluddin, A. S. and Smith, P. J., 1988, "Predicting Radiative Transfer in Rectangular Enclosures Using the Discrete Ordinates Method," *Combust. Sci. and Tech.*, Vol. 59, pp. 321-340.

Jeans, J. H., 1917, "The Equation of Radiative Transfer of Energy," *Mon. Not. Royal Astronomical Society.*" Vol. 78, pp. 28-36.

Kim, T. K. and Lee, H. S., 1990, "Two

Dimensional Anisotropic Scattering Radiation in a Thermally Developing Poiseuille Flow," J. Thermophysics, Vol. 4, No. 3, pp. 292-298.

Kobiyama, M., 1989, "Reduction of Computing Time and Improvement of Convergence Stability of Monte Carlo Method Applied to Radiative Heat Transfer with Variable Properties," J. Heat Transfer, Vol. 111, pp. 135-140.

Kraus, H. G., 1988, "Hybrid Finite Element-Monte Carlo Method for Coupled Conduction and Gas Radiation Enclosure Heat Transport," Int. J. for Numerical Methods in Engineering, Vol. 26, pp. 361-378.

Krook, M., 1955, "On the Solution of the Equation of Transfer," Astrophys. J., Vol. 122, No. 3, pp. 488-497.

Lenoble, J., 1985, "Radiative Transfer in Scattering and Absorbing Atmospheres: Standard Computational Procedures," Virginia., Deepack Publishing.

Menguc, M. P. and Viskanta, R., 1985, "Radiative Transfer in Three Dimensional Rectangular Enclosures Containing Inhomogeneous, Anisotropic Scattering Media," J. Quant. Spectrosc. Radiant. Transfer, Vol. 33, No. 6, pp. 533-549.

Modest, M. F., 1989, "Modified Differential Approximation for Radiative Transfer in General Three-Dimensional Media," J. Thermophysics, Vol. 3, No. 3, pp. 283-288.

Modest, M. F., 1991, "Oblique Collimated Irradiation of an Absorbing, Scattering, Plane-Parallel Layer," J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, Vol. 45, No. 5, pp. 309-312.

Noble, J. J., 1975, "The Zone Method: Explicit Matrix Relations for Total Exchange Areas," Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 18, pp. 261-269.

Ratzel III, A. C. and Howell, J. R., 1982, "Two-Dimensional Radiation in Absorbing-Emitting-Scattering Media Using the P-N Approximation," ASME, paper 82-HT-19.

Sánchez, A., Smith, T. F., and Krajewski, W. F., 1991, "Three-Dimensional Radiative Heat Transfer in a Polydispersion with Collimated Incident Source," Eds. W. A. Fiveland, A. L. Crosbie, A. M. Smith, and T. F. Smith, Fundamentals of Radiation Heat Transfer, HTD-Vol. 160, A.S.M.E., pp. 27-36.

Sánchez, A., Krajewski, W., and Smith, T. F., 1992, "A General Purpose Radiative Transfer Model for Application to Remote Sensing in Multi-

Dimensional Systems," IIHR Report No. 355, Iowa Institute of Hydraulic Research, The University of Iowa.

Sánchez, A., Smith, T. F., and Krajewski, W., 1992a, "Application of the Discrete Ordinates Method to 3-D Cloud Radiative Transfer," Memorias de la 11th Conference on Clouds and Precipitation, Vol. 2, pp. 817-820, Montreal, Canada.

Sánchez, A., Bravo, R., y Smith, T. F., 1993, "Surface Radiation Exchange in Multi-Dimensional Arrays of Electronic Components," Aceptado para su presentación en el 6th International Symposium on Transport Phenomena (ISTP-6) in Thermal Engineering, Seoul, Corea.

Siegel, R. and J. R. Howell, "Thermal Radiation Heat Transfer", Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1981.

Truelove, J. S., 1988, "Three-Dimensional Radiation in Absorbing-Emitting-Scattering Media Using the Discrete-Ordinate Approximation," J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, Vol. 39, No. 1, pp. 27-31.

Viskanta, R., 1966, "Radiation Transfer and Interaction of Convection with Radiation Heat Transfer," Eds. T. F. Irvine Jr. and J. P. Jartnett, Advances in Heat Transfer, Vol. 3, pp. 175-251., Academic Press, New York.

Viskanta, R., 1982, "Radiation Heat Transfer: Interaction with Conduction and Convection and Approximated Methods in Radiation," Heat Transfer 1982, Proceedings of 7th Int. Heat Transfer Conference, Vol. 2, pp. 103-121, New York, Hemisphere.

Viskanta, R. and Ramadhyani, S., 1988, "Radiation Heat Transfer in Directly-Fired Natural Gas Furnaces: A review of Literature," Topical Report GRI-88/0154, Gas Research Institute, Chicago.

Wu, C. Y., 1990, "Radiative Transfer in a Rectangular Anisotropically Scattering Medium Exposed to Diffuse Radiation," J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, Vol. 43, No. 3, pp. 217-224.