

Intercambio radiante en coordenadas cilíndricas: paralelización del método de la Ordenadas Discretas mediante pase de mensajes.

A. SÁNCHEZ ALÍAS, P. GUILLÉN y C. TORRES

Grupo de Ciencias Térmicas Computacionales· Escuela de Ingeniería Mecánica, Universidad de Los Andes, Mérida 5101, Venezuela.

A. CAMPO

College of Engineering, Idaho State University, Pocatello, Idaho, USA

(asanchez@ula.ve)

Resumen

En este trabajo, un modelo numérico para resolver la Ecuación de Transferencia Radiante en coordenadas cilíndricas por medio del Método de las Ordenadas Discretas ha sido paralelizado en un ordenador Origin 2000 de 4 procesadores (OR-4) y en un IBM SP2 de ocho procesadores (SP2-8). Message Passing Interface (MPI) y Power Fortran Accelerator (PFA) fueron las herramientas de paralelización utilizadas en el OR-4, en tanto que en el SP2-8 se utilizaron MPI y la librería LINDA. Un problema modelo, que involucra transferencia radiante en medio participante, es resuelto en las dos plataformas y por los diferentes medios de paralelización. Los resultados obtenidos permiten concluir que, para los casos estudiados, el OR-4 con estrategia MPI resulta la mejor alternativa de paralelización. Finalmente, la influencia de los coeficientes de absorción y dispersión sobre los tiempos de cómputo es investigada en el OR-4 con estrategia MPI. Los resultados son presentados en forma de gráficos de eficiencia de la paralelización y tiempos de CPU.

Abstract

In this paper, a numerical model for solving the Radiative Transfer Equation in cylindrical coordinates by means of the Discrete Ordinates Method has been parallelized using several platforms and parallelization strategies. A parallelized High Performance Fortran (HPF) version was implemented on an Origin 2000 platform with 4 nodes; a LINDA parallel version was run on an IBM SP2 computer with 8 nodes; and finally a Message Passing Interface (MPI) version based on the quadrature set was implemented on both computers. Finally, the influence of the absorption and scattering coefficients on the computational times were investigated on the Origin 2000. The results, in terms of efficiency, acceleration, and CPU times, are discussed and presented in the form of plots.

1. Introducción

Existen numerosas aplicaciones en problemas de ingeniería donde el Intercambio de Energía Radiante se encuentra presente, desde el diseño de cámaras de combustión hasta la percepción remota desde satélites. En todas estas aplicaciones, la Ecuación de Transferencia Radiante, (ETR), ha de ser resuelta. Debido a sus muchas ventajas, el Método de las Ordenadas Discretas, (MOD), se ha convertido en el procedimiento más utilizado, casi estándar, para resolver la ETR.

El desarrollo de arquitecturas paralelas ha llevado a la comunidad científica que investiga el fenómeno de Intercambio de Energía Radiante a desarrollar algoritmos paralelos del Método de las Ordenadas Discretas, (MOD), (Haghighat, 1991; Gonçalves y Coelho, 1997). En este trabajo se exploran varias estrategias de

paralelización de un código serial que resuelve la Ecuación de Transferencia Radiante a través de un conjunto de Grupos de Direcciones Independientes –GDI– (Sánchez et. al., 1998a). El código serial, basado en GDI, fue paralelizado e implementado en dos plataformas diferentes: un ordenador Origin 2000 de 4 procesadores (OR-4) y en un IBM SP2 de ocho procesadores (SP2-8). En cada plataforma se utilizó, inicialmente, una librería de paralelización automática: la librería LINDA se utilizó en el SP2-8 y la herramienta Power Fortran Accelerator se utilizó en la OR-4. A continuación, se desarrolló e implementó en las dos plataformas un algoritmo basado en la librería Message Passing Interface –MPI– (Gropp et. al., 1996). La influencia de variables tales como el número de procesadores, el orden de la cuadratura y los coeficientes de absorción y dispersión es estudiada para un problema modelo.

El conjunto de herramientas computacionales (Hardware & Software) utilizados en este estudio pertenecen al Centro Nacional de Cálculo Científico de la Universidad de Los Andes, CeCalCULA. A continuación se presenta una breve descripción de la formulación y solución de un problema patrón seguida por los más importantes resultados numéricos.

2. Modelo matemático

La solución de un problema de intercambio radiante en medio participante requiere la solución de la ETR. Esta ecuación describe la propagación de la intensidad (I) a lo largo de una dirección (ζ) y a través de un medio que dispersa, emite y absorbe energía radiante en cualquier dirección. Para un medio gris, la ETR puede ser escrita como (Carlson y Lathrop, 1968):

$$\frac{dI(\zeta, \omega)}{d\zeta} = -(a + s)I(\zeta) + aI_b(\zeta, T) + \frac{s}{4\pi} \int_0^{4\pi} I(\zeta, \omega_i) \Phi(\omega, \omega_i) d\omega_i \quad (1)$$

donde a y s representan, respectivamente, los coeficientes de absorción y dispersión. I_b es la intensidad de cuerpo negro debida a la temperatura T ; Φ es la función de dispersión; y ω es el ángulo sólido alrededor de ζ .

La Ec. (1) está sujeta (para superficies difusas) a las siguientes condiciones de frontera:

$$I^+(\zeta, \omega) = \epsilon I_b + \frac{\psi}{\pi} \int_0^{2\pi} I^-(\zeta, \omega_i) \alpha d\omega_i \quad (2)$$

donde los superíndices $+$, y $-$ indican, respectivamente, radiación que va desde la frontera hacia el medio y desde el medio hacia la frontera. α representa el coseno del ángulo entre la dirección de propagación de I^- y la normal a la frontera dada. La reflectividad y la emisividad son denotadas por ψ y ϵ respectivamente y se entiende que son monocromáticas.

La discretización de las Ecuaciones (1) y (2), la selección de una cuadratura apropiada y el modelaje de la función de dispersión para problemas bi-dimensionales en geometrías axisimétricas está ampliamente descrito en la literatura, (Jendoubi, 1991; Fiveland, 1982; Sánchez et. al., 1998a).

3. El método de las Ordenadas Discretas en coordenadas cilíndricas

El MOD (Carlson, 1953) permite la solución numérica aproximada de la ETR. Esta ecuación es resuelta para un conjunto discreto de $MG = N(N+2)/8$ direcciones, para $N = 2,4,6,\dots$ y donde N es el término comúnmente usado para referirse al método (S-N) de ordenadas discretas. Estas direcciones aproximan las integrales usando una regla de cuadratura numérica como puede ser la de niveles simétricos utilizada en este trabajo (Fiveland, 1991). Aplicando diferencias finitas a las derivadas espaciales en la Ec. (1), la ecuación discretizada de transferencia radiante para una dirección m y para un volumen de control dado en coordenadas cilíndricas es:

$$I_m^p = \frac{|\mu_m|A_1 I_m^{\pi} + |\xi_m|B_1 I_m^{zr} + C_1 I_{m-1/2}^p + \beta S_m^p}{|\mu_m|A_2 + |\xi_m|B_2 + C_2 + \beta} \quad (3)$$

donde μ y ξ son los cosenos directores de la dirección m ; el superíndice p denota promedio y los superíndices rr y zr denotan referencia (conocida) en las direcciones radial y axial respectivamente; β es el coeficiente de extinción ($\beta = a + s$); S es el término fuente; A , B y C son constantes que pueden ser evaluadas para cada volumen de control dependiendo de su geometría, dirección de propagación y coeficiente de extinción (Jendoubi 1991).

Una vez que la intensidad promedio (I_m^p) ha sido determinada en base a las intensidades de referencia (conocidas), las intensidades finales (desconocidas), pueden ser evaluadas mediante:

$$I_m^{rf} = \frac{I_m^p}{aa} - [(1 - aa)]I_m^{\pi} \quad (4a)$$

$$I_m^{zf} = \frac{I_m^p}{bb} - [(1 - bb)]I_m^{zr} \quad (4b)$$

$$I_{m+1/2}^p = \frac{I_m^p}{cc} - [(1 - cc)]I_{m-1/2}^p \quad (4c)$$

donde aa , bb y cc son constantes evaluadas para cada volumen de control y dirección dependiendo del coeficiente de extinción local. Estas constantes permiten garantizar que solo valores positivos de la intensidad aparecen en la solución, (Jendoubi, 1991).

4. Procedimiento de solución del modelo matemático

Las Ecuaciones (3), (4a) y (4b) indican, claramente, una solución secuencial o de marcha a lo largo del dominio discretizado. Las Ecuaciones (3) y (4c), por otro lado, parecen indicar –engañosamente– una solución de marcha a lo largo de las direcciones de la cuadratura. Esta aparente interdependencia indica que un método de solución tradicional –basado en cuadrantes– de la Ec. (3) (Fiveland, 1982; Jendoubi, 1991) se enfrentaría con un pase de mensajes intensivo entre procesadores.

Recientemente (Sánchez et. al., 1998a), se ha propuesto un nuevo método de solución de las Ecuaciones (3) y (4) basado en Grupos de Direcciones Independientes (GDI). Este procedimiento permite subdividir las distintas direcciones que conforman la cuadratura en niveles de ξ (Grupos), en los cuales la Ec. (4c) puede ser aplicada con total independencia de los otros niveles. Los posibles GDI para distintos órdenes de cuadratura, así como información más detallada sobre la implementación de un algoritmo basado en GDI puede ser encontrada en Sánchez et. al., 1998a. De importancia para el presente trabajo es el hecho de que cada grupo puede ser resuelto con independencia de los demás. Esto permite el desarrollo de algoritmos paralelos basados en la solución de distintos grupos en procesadores diferentes. Además, como la distribución de los grupos es arbitraria, el programador está en libertad de hacer la mejor distribución posible a objeto de lograr un buen balanceo de cargas entre los procesadores. Finalmente, es importante señalar que mediante la utilización de GDI, el único mensaje que deben enviarse los distintos procesadores es el término fuente (S).

5. Plataformas y estrategias de paralelización

Un algoritmo basado en GDI fue paralelizado e implementado en dos plataformas diferentes: un ordenador Origin 2000 de 4 procesadores (OR-4) y en un IBM SP2 de ocho procesadores (SP2-8). En cada plataforma se utilizó, inicialmente, una librería de paralelización automática: la librería LINDA se utilizó en el SP2-8 y la herramienta Power Fortran Accelerator se utilizó en la OR-4. A continuación, se desarrolló e implementó en las dos plataformas un algoritmo basado en el pase de mensajes (Message Passing Interface –MPI–). Este último algoritmo fue escrito para trabajar bajo uno de los dos enfoques siguientes:

- 1) Maestro-Eslavos. En este enfoque uno de los procesadores –el maestro– se limita a distribuir la data inicial, procesar los resultados parciales de los otros procesadores, verificar convergencia, e imprimir los resultados finales. Los otros procesadores –esclavos– se encargan de realizar todos los cálculos de intensidades y condiciones de frontera y de enviar al maestro, después de cada iteración, sus resultados parciales (el término fuente). La carga de trabajo es distribuida lo más uniformemente posible entre los esclavos.
- 2) Todos-Trabajando. En este caso, la carga de trabajo es distribuida lo más uniformemente posible entre los distintos procesadores a fin de que todos realicen, básicamente, el mismo trabajo.

6. Problema patrón y resultados

Con el objeto de verificar las bondades de las dos plataformas y de las diferentes estrategias de paralelización descritas en la sección anterior, se escogió un problema patrón. En este problema, el cilindro posee un radio de 1 m y una altura de 10 m; la superficie del cilindro ($r = 1$) es negra y caliente; el eje de simetría del cilindro es considerado una frontera especular y las dos tapas del cilindro son negras y frías. El medio participante es gris y frío, absorbe ($a = 0.3$), e isotrópicamente dispersa ($s = 0.7$) la energía radiante. Un criterio de convergencia de 0.0001 es usado para la solución de la Ecuación de Transferencia Radiante en los resultados presentados. El criterio de convergencia está basado en el cambio porcentual acumulado de todas las intensidades en dos iteraciones sucesivas.

Los resultados obtenidos en este trabajo concuerdan, en todos los casos, con los reportados por Jendoubi, 1991, para el mismo problema y también están en concordancia (dado el factor de forma de 10/1) con los reportados para el problema unidimensional equivalente (Siewert y Thomas, 1985). Es apropiado mencionar que la solución de este problema utilizando el método tradicional (por cuadrantes) requirió 21 iteraciones, en tanto que el método de GDI solo necesitó 16 iteraciones para obtener los mismos resultados lo que confirma la optimización del código serial al utilizar GDI.

Con el objeto de poder comparar las distintas plataformas y estrategias de paralelización los conceptos de aceleración (a) y de eficiencia (η) comúnmente utilizados por los especialistas en computación paralela han sido redefinidos a objeto de hacerlos más apropiados para la comunidad de ingeniería. Estas definiciones son:

$$a = \frac{\text{Tiempo}(1 \text{ Procesador}) - \text{Tiempo}(N \text{ Procesadores})}{\text{Tiempo}(1 \text{ Procesador})} \quad (5)$$

$$\eta = \frac{\text{Aceleración alcanzada con } N \text{ Procesadores}}{\text{Aceleración máxima posible con } N \text{ Procesadores}} \quad (6)$$

donde el denominador de la Ecuación (6) es:

$$\text{Aceleración máxima posible con } N \text{ Procesadores} = 1 - \frac{1}{N} \quad (7)$$

Los esquemas de paralelización automática (Linda en el SP2-8 y HPF en el OR-4) produjeron resultados muy pobres (Sánchez et. al., 1998b) y no son presentados en este trabajo. Las bajas aceleraciones y eficiencias obtenidas con estos esquemas son un claro indicativo de que la alta interdependencia implícita en el código no puede ser resuelta por estas librerías.

Una comparación de los resultados obtenidos utilizando las estrategias Maestro-Escavos (M-E) y Todos-Trabajando (T-T) (Sánchez et. al., 1998b) indica

claramente las ventajas de la segunda estrategia sobre la primera. Las máximas aceleraciones y eficiencias obtenidas al utilizar la técnica M-E fueron, respectivamente: 25.7 % y 34.3 % en el SP2-8 trabajando con 4 procesadores y 15 % y 20 % en el OR-4 también trabajando con 4 procesadores. La técnica T-T, por otro lado, produjo los resultados contenidos en la Fig. 1. Aceleraciones y eficiencias máximas de: 56 % y 69 % fueron obtenidas, respectivamente, en el SP2-8 trabajando con 5 procesadores; el OR-4, por otro lado, produjo 40 % de aceleración máxima y 60 % de eficiencia máxima al trabajar con 4 procesadores.

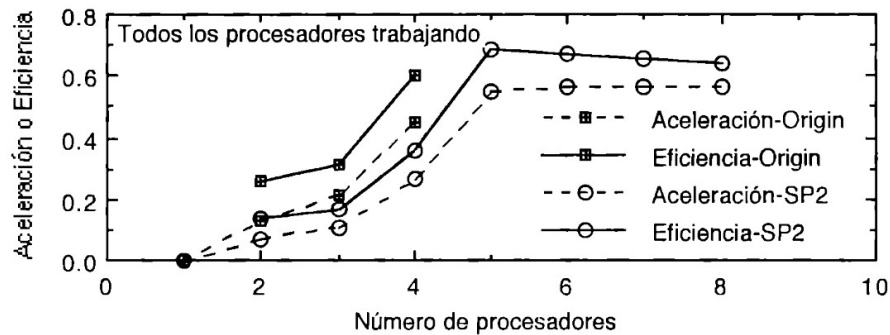


Fig. 1. Aceleraciones y eficiencias obtenidas con la estrategia T-T.

Los resultados mostrados en la Fig. 1 son para la máxima granularidad (trabajo realizado por cada procesador) posible en las plataformas utilizadas debido a limitaciones de memoria (S-14 y 50x50 volúmenes de control). Para granularidades más finas (Guillén et. al, 1998), la aceleración fue insignificante o incluso negativa (S-6 y 15x15, por ejemplo).

Comparando los resultados obtenidos para un número de procesadores dado, y considerando la mayor velocidad de cálculo del Origin 2000 respecto al IBM-SP2, se consideró que la mejor alternativa de paralelización está dada por el OR-4 trabajando con 4 procesadores en modalidad MPI y bajo el esquema T-T. Esta alternativa fue utilizada para estudiar el efecto de las propiedades del medio participante sobre la paralelización en sí. Los resultados de este último estudio son presentados en la Fig. 2.

De los resultados obtenidos se desprende que el tiempo de cómputo se incrementa, casi linealmente, al incrementarse el coeficiente de dispersión. Para el problema estudiado (medio frío sin reemisión), el coeficiente de absorción tiene, por otro lado, poca influencia en los tiempos de ejecución.

7. Conclusiones

En este trabajo se discutió, en primer lugar, un nuevo procedimiento de solución para el Método de las Ordenadas Discretas en coordenadas cilíndricas. El procedimiento está basado en conjuntos de direcciones independientes a través de Grupos y es de particular importancia para estrategias de paralelización basadas en librerías de pases de mensajes.

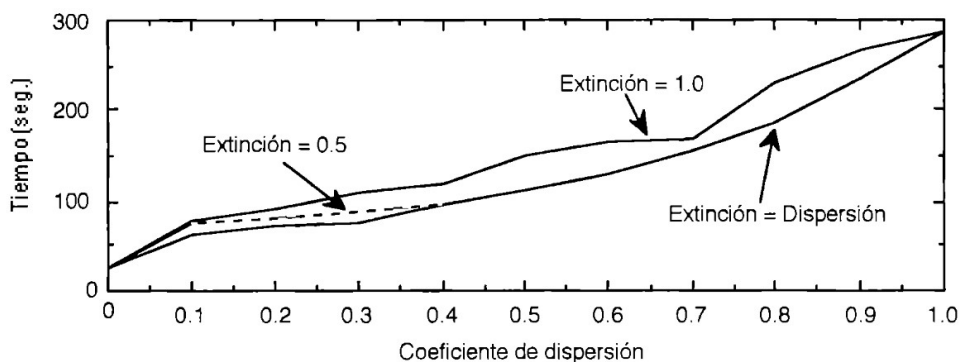


Fig. 2. Efecto de las propiedades del medio sobre los tiempos de ejecución

El código serial optimizado ha sido implementado, siguiendo varias alternativas de paralelización, en dos plataformas diferentes. De las dos plataformas utilizadas, el ordenador Origin-2000 superó (para el mismo número de procesadores) al IBM-SP2 en todas las pruebas realizadas.

Los experimentos llevados a cabo demuestran que la paralelización automática del código serial produce resultados muy pobres en este tipo de aplicaciones. La paralelización manual utilizando librerías de pase de mensajes (MPI en particular) aparece como el camino recomendado para la paralelización de este tipo de algoritmos.

Dos estrategias diferentes fueron probadas con MPI: Maestro-Eslavos y Todos-Trabajando. La primera estrategia es más fácil de implementar pero arroja resultados más pobres que la segunda. En los experimentos realizados en este trabajo bajo la modalidad de Todos-Trabajando, se obtuvieron eficiencias cercanas al 70 % y aceleraciones superiores al 50 %.

Adicionalmente, se comprobó que los tiempos de ejecución para el código paralelizado con MPI bajo la modalidad T-T aumentan, casi linealmente, al aumentar el coeficiente de dispersión del medio y son poco afectados por los cambios en el coeficiente de absorción.

Finalmente puede concluirse que, para las condiciones examinadas en este trabajo, la mejor alternativa de paralelización del modelo de Ordenadas Discretas en coordenadas cilíndricas está dada por el ordenador Origin-2000 utilizando un código optimizado en base a Grupos de Direcciones Independientes, paralelizado manualmente mediante la librería MPI y en la modalidad Todos-Trabajando. Puede afirmarse además, que la paralelización ofrecerá mayores beneficios cuanto mayores sean la granularidad del problema y el coeficiente de absorción del medio participante.

8. Referencias

CARLSON, B. G. (1953) "Solution of the Transport Equation by S_n Approximations", Report LA-1599, Los Alamos Scientific Laboratory.

- CARLSON, B. G. y LATHROP, K. D. (1968) "Transport Theory - The Method of Discrete Ordinates", en *Computing Methods in Reactor Physics*, Eds Greenspan, H., Kelber, C. N., y Okrent, D., New York, Gordon and Breach, pp. 165-266.
- FIVELAND, W. A. (1982) "A Discrete Ordinates Method for Predicting Radiative Heat Transfer in Axisymmetric Enclosures", ASME paper 82-HT-20.
- FIVELAND, W. A. (1991) "The Selection of Discrete Ordinate Quadrature Sets for Anisotropic Scattering", en *Fundamentals of Radiation Heat Transfer*, Eds W. A. Fiveland, A. L. Crosbie, A. M. Smith, and T. F. Smith, HTD-Vol. 160, ASME., pp. 89-96.
- GONÇALVES, J. y COELHO, P. J (1997) "Parallelization of the Discrete Ordinates Method", *Numerical Heat Transfer, Part B*, 32, pp. 151-173.
- GROPP, W., LUSK, E. y SKJELLUM, A. (1996) *Using MPI. Portable Parallel Programming with the Message-Passing Interface*, Scientific and Engineering Computation series, The MIT Press.
- GUILLÉN, P., SÁNCHEZ, A. y TORRES, C. (1998) "Un Algoritmo Paralelo para el Método de las Ordenadas Discretas en Coordenadas Cilíndricas", *Simulación con Métodos Numéricos: Nuevas Tendencias y Aplicaciones*, Eds. Prado, O., Rao, M, y Cerrolaza, M., pp. TM87-94, Sociedad Venezolana de Métodos Numéricos, Caracas, Venezuela.
- HAGHIGHAT, A. (1991) "Angular Parallelization of a Curvilinear S-N Transport Theory Method", *Nuclear Sci. Eng.*, Vol 108, pp. 267-277.
- JENDOUBI, S. 1991, "Radiative Transfer Solutions for Cylindrical Coordinates with Emitting, Absorbing, and Anisotropic Scattering Medium", M. S. Thesis, University of Minnesota.
- SÁNCHEZ, A., GUILLÉN, P. y TORRES, C. (1998a) "The Discrete Ordinates Method in Cylindrical Coordinates: A New Solution Procedure Based on the Existence of Sets of Independent Directions", *Simulación con Métodos Numéricos: Nuevas Tendencias y Aplicaciones*, Eds. Prado, O., Rao, M, y Cerrolaza, M., pp. TM95-102, Sociedad Venezolana de Métodos Numéricos, Caracas, Venezuela.
- SÁNCHEZ, A., GUILLÉN, P., TORRES, C. y CAMPO, A. (1998b) "Radiative Transfer Computations in Cylindrical Coordinates: a Parallel Implementation of the Discrete Ordinates Method", a ser publicado en las memorias del Congreso Latinoamericano de Transferencia de Calor y Masa (LATCYM-98), Salta, Argentina.
- SIEWERT, C. E. y THOMAS, J. R. (1985) "Radiative Transfer Calculations in Spheres and Cylinders," *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, Vol 34, pp. 59-64.